# Jorge André Swieca: Uma Figura Ímpar na Física Brasileira

E.C.Marino

*Instituto de Física*
*Universidade Federal do Rio de Janeiro*
*Cx.P. 68528, Rio de Janeiro, RJ 21945-970, Brasil*

# 1) Introdução

Iniciava-se o ano letivo de 1975 no Instituto de Física da UFRGS em Porto Alegre, meu último ano de bacharelado, quando eu, já decidido a trabalhar na área de Teoria Quântica de Campos (TQC), procurei meu orientador de graduação para me aconselhar. Tratava-se de Pedro da Rocha Andrade, um físico brilhante em todos os aspectos, dono de uma profunda visão da física e aquele que fora meu primeiro professor de Mecânica Quântica. Contei-lhe sobre a minha decisão e perguntei quais seriam as alternativas para uma pós-graduação em TQC. A sua resposta foi categórica: "a única pessoa que você deve procurar para lhe orientar no Brasil é o André Swieca, da PUCRJ".

Nas férias de julho daquele ano, munido de cartas de recomendação , fui para o Rio de Janeiro, aproveitando a oportunidade para visitar a minha namorada, que mais tarde se tornou minha esposa. Chegando ao Rio, dirigi-me à PUC, procurando pelo Prof. Swieca. Ao entrar em sua sala deparei-me com um homem esguio, sério, de olhos negros, olhar penetrante, poucas palavras e frequentes "hum... hum..." pontuando o que eu dizia. Iniciava-se ali uma relação que exerceria um profunda influência em minha vida profissional. Ficou combinado que em março do ano seguinte eu ingressaria na PUC para iniciar o mestrado sob a sua orientação . Voltei para Porto Alegre com a indicação de Swieca de alguns livros-texto de TQC que comecei a estudar avidamente: Mandl e Bjorken-Drell.

Ao longo de cinco anos de intensa interação tive a oportunidade de apreciar as raras qualidades de Swieca como físico, bem como a grandeza de sua obra. Esta é brilhante, apesar da curta duração de sua vida o que me traz, irresistivelmente, a imagem de um meteoro que passou pela física brasileira.

As contribuições de Swieca à física subdividem-se em duas fases bem marcadas que, entretanto, se superpõem por alguns anos. Num primeiro período, que foi aproximadamente até 1976, ele revelou-se um dos grandes mestres da área da física conhecida como física-matemática, tendo demonstrado então , de forma rigorosa, alguns teoremas fundamentais. Em uma segunda fase de sua carreira profissional, que durou de 1970 até a sua morte em 1980, Swieca foi o criador daquilo que hoje se conhece como "laboratórios teóricos". Nessa etapa, ele usou a sua enorme maestria em TQC, aliada a um profunda visão física de qualquer sistema que estivesse sob sua consideração – uma característica marcante de sua personalidade como físico – para estudar modelos de TQC em uma dimensão espacial apresentando mecanismos e comportamentos similares aos encontrados no mundo real. Dessa forma, ele contribuiu significativamente para a compreensão quantitativa de fenômenos que até hoje o modelo padrão para as interações fundamentais só descreve qualitativamente, tais como o confinamento de quarks e a hadronização dos mesmos.

Nas duas seções seguintes, essas duas fases da obra de Swieca serão analisadas com mais detalhes. Gostaria de enfatizar, entretanto, que esta despretenciosa análise está longe de ser exaustiva e de ter a prufundidade que a sua obra merece. Na seção 4, me permito recordar mais de perto a interação profissional que tive com esse grande mestre da física brasileira.

# 2) Resultados Rigorosos Fundamentais

## 2.1) O Teorema de Goldstone

Uma das peças fundamentais da obra de Swieca foi a demonstração rigorosa do chamado "Teorema de Goldstone". Este teorema está intimamente relacionado ao Modelo Padrão das interações fundamentais, mais especificamente com a Teoria Eletrofraca. Como se sabe, um ingrediente fundamental da mesma é a geração dinâmica de massa para os bósons vetoriais W's e Z, que são os mediadores da interação fraca. Evidências experimentais mostravam que tais partículas deveriam ter uma massa bastante grande, devido ao curto alcance das interações fracas. A simples idéia de colocar um termo de massa para as mesmas na lagrangeana do modelo, quebrando assim explicitamente a simetria SU(2)xU(1), levava entretanto, a graves inconsistências matemáticas.

A idéia brilhante de Salam e Weinberg, de substituir a quebra explícita da simetria

SU(2)xU(1) pela quebra espontânea da mesma, com a subsequente geração dinâmica de massa através do mecanismo de Anderson-Higgs, nos remete imediatamente ao Teorema de Goldstone. Este é o precusrsor do mecanismo de Anderson-Higgs. Efetivamente, o Teorema de Goldstone afirma que a quebra espontânea de uma simetria global contínua, tal como a SU(2)xU(1) implica necessariamente a existência de partículas de massa nula no espectro de excitações . O mecanismo de Anderson-Higgs, introduzido inicialmente por Anderson no contexto da física da matéria condensada [1], e depois por Higgs [2] no âmbito da física de partículas elementares, consiste precisamente em contornar o Teorema de Goldstone tornando local a simetria contínua relevante. Neste caso, e esta é a alma do mecanismo, os bósons vetoriais intermediários tornam-se massivos sem inconsistências matemáticas.

O chamado Teorema de Goldstone, havia sido proposto em 1962 [3], sem demonstração rigorosa e justificado apenas por argumentos semiclássicos. Swieca, juntamente com Kastler e Robinson, publicou em 1966 [4] a demonstração rigorosa do teorema, colocando assim em bases firmes um resultado fundamental para o modelo padrão das interações fundamentais. Para chegar a este resultado, Swieca e colaboradores utilizaram com maestria os métodos contidos na formulação algébrica da TQC, devida em boa parte a Haag.

O assunto na verdade é bem atual. De fato, o famoso "bóson de Higgs", necessário para a implementação do mecanismo que leva à geração da massa, não apenas dos mediadores da interação fraca mas também dos quarks e léptons – ou seja de toda a massa no universo – é a única partícula prevista pelo Modelo Padrão que ainda não foi observada experimentalmente. O tema tem gerado uma grande expectativa presentemente devido à possibilidade da verificação experimental definitiva de sua existência no novo acelerador LHC a ser inaugurado no CERN em 2008.

## 2.2) O Teorema de Swieca

No ano de 1975 quando passava uma temporada como visitante na New York University, Swieca obteve um outro teorema importante, também relacionado ao mecanismo de Anderson-Higgs. Tal teorema, por vezes conhecido como "Teorema de Swieca"

[5], revela uma relação profunda entre a existência de setores com carga não nula no espectro de estados assintóticos de uma TQC e o espectro de massa da mesma. Mais especificamente, mostra que a existência de estados carregados ocorre se e somente se a teoria possuir partículas de massa zero mediando a interação . O teorema foi demonstrado somente para o caso abeliano e vale para um espaço-tempo de dimensão maior do que dois . Aplicado à eletrodinâmica, por exemplo, o teorema mostra que o fato dos fótons não possuírem massa é, em última análise, o responsável pela existîcia de estados com carga na natureza! Em contrapartida, se devido a qualquer mecanismo, como por exemplo o de Anderson-Higgs, os mediadores da interação adquirirem massa, o sistema deixará de possuir estados com carga, mecanismo conhecido como "blindagem" da carga.

Um belíssimo exemplo de aplição do Teorema de Swieca é o fenômeno da supercondutividade. Em um supercondutor, o fóton efetivamente adquire uma massa não nula. Tal fato se manifesta experimentalmente através do efeito Meissner-Ochsenfeld e foi descrito pela primeira vez pela teoria fenomenológica de London. A inexistência de estados carregados no espectro, exigida pelo teorema, aparece então através da própria natureza do estado supercondutor: toda a carga (pares de Cooper) está "condensada" no estado fundamental (vácuo) e não existem excitações carregadas. A fim de criar tais excitações , isto é, elétrons, devemos fornecer uma energia maior do que o gap supercondutor, destruindo assim a supercondutividade e, consequentemente o efeito Meissner-Ochsenfeld.

## 2.3) Invariância Conforme

Uma outra parte importante da obra deixada por Swieca, na área da TQC associada ao uso de métodos rigorosos consiste no estudo de representações da simetria conforme a nível quântico em TQC, feito em colaboração com Schroer e Völkel [6]. Esses trabalhos, foram precursores da celebrada determinação completa das representações irredutíveis do grupo de simetria conforme em duas dimensões , obtida no início dos anos 80 por Belavin, Polyakov e Zamolodchikov [7].

# 3) Laboratórios Teóricos

## 3.1) A Solução Exata da Eletrodinâmica Qúntica Bidimensional

Uma outra vertente importante da obra de Swieca consiste no estudo de modelos bidimensionias de TQC que tornaram-se laboratórios teóricos extremamente úteis para o estudo de diversos fenômenos descritos pelo Modelo Padrão , tais como o confinamento e a quebra da simetria quiral. Essa linha foi iniciada com aquele que talvez seja o seu trabalho mais importante: a solução operatorial exata da Eletrodinâmica Quântica de férmions de Dirac sem massa em duas dimensões (EDQ2) (modelo de Schwinger), publicado em 1971, juntamente com Lowenstein [8]. O trabalho foi um marco na física teórica, constituindo até hoje um dos poucos exemplos de solução operatorial exata de um teoria com interação . O resultado foi obtido através da técnica conhecida como "bosonização ", que havia sido aplicada originalmente no contexto da física da matéria condensada por Luttinger e Tomonaga, para descrever sistemas eletrônicos fortemente interagentes e subsequentemente foi generalizada para a TQC por Klaiber para obter a solução exata do modelo de Thirring.

A solução obtida para o modelo de Schwinger por Swieca e Lowenstein apresenta diversas características verdadeiramente notáveis. Imediatamente chama a atenção a semelhança das propriedades físicas da Eletrodinâmica Quântica em duas dimensões com aquelas exibidas pela QCD em quatro dimensões .

A primeira semlhança entre as duas teorias é o desaparecimento dos férmions e bósons de gauge do espectro de estados físicos do sistema. Como se sabe, na QCD, parte-se de uma lagrangeana descrevendo quarks e glúons chega-se (evidentemente de forma não exata!) a um espectro de excitações contendo exclusivamenete hádrons, isto é, estados ligados dos graus de liberdade da lagrangeana. Esta é uma manifestação do famoso confinamento dos quarks.

É curioso notar que ainda nos anos 70, a idéia do confinamento fazia com que alguns fossem céticos quanto à verdadeira existência dos quarks. Isto se dava apesar do fato de que os quarks haviam sido observados experimentalmente no SLAC, no final dos anos 60, exatamente da mesma forma que o núcleo atômico fora observado experimentalmente por Rutherford, aproximadamente meio século antes.

Na solução exata da EDQ2, também os férmions de Dirac e os fótons, originalmente presentes na lagrangeana, desaparecem completamente do espectro de excitações físicas. De fato, Swieca e Lowenstein mostraram de forma exata que a única excitação física da teoria é um bóson escalar massivo neutro! Toda a carga e quiralidade estão condensadas no vácuo.

A estrutura do vácuo da EDQ2, a propósito, é outro ponto de grande semelhança com a QCD. Em 1976, Callan, Dashen e Gross, e independentemente Jackiw e Rebbi, mostraram que, devido à não trivialidade topológica do mapeamento entre o espaço de coordenadas e o espaço interno de parâmetros do grupo de simetria da QCD, isto é, SU(3), o vácuo da teoria deveria ter uma estrutura não trivial manifestada em um contínuo de estados fundamentais indexados por um parâmetro $\theta = [0, 2\pi]$: os famosos vácuos $|\theta\rangle$. Um valor de $\theta \neq 0$ implica a existência de um momento de dipolo elétrico para o nêutron, que não foi observado, levando à conclusão de que, por alguma razão o universo se encontra em um estado fundamental com $\theta = 0$. Uma explicação para isto está contida no chamado mecanismo de Peccei-Quinn.

A estrutura de vácuos $\theta$ da QCD é exatamente igual à da EDQ2, como revelava a solução de Swieca e Lowenstein já em 1971! O resultado foi obtido no âmbito da solução operatorial exata e estava fortemente relacionado com a mencionada condensação de carga e quiralidade, que produziam no vácuo uma estrutura não trivial. Logo verificou-se que o fenômeno também podia ser explicado sob o ponto de vista topológico, a exemplo da QCD, já que o mapeamento do espaço de coordenadas em uma dimensão no espaço interno do grupo de simetria da EDQ2, isto é, o U(1) apresenta a mesma não trivialidade, ou seja classes de homotopia, que a QCD em quatro dimensões .

O trabalho de Swieca e Lowenstein na EDQ2 permitiu que propriedades fundamentais da QCD, claramente uma das teorias mais importantes da física, pudessem ser detalhadamente entendidas em seus princípios, em um modelo totalmente controlável. O confinamento de quarks, em particular perdeu a sua aura de mistério e nebulosidade, em vista da cristalina evidência de sua ocorrência em um modelo solúvel (Obs.: Há, na verdade, uma diferença técnica entre “confinamento” e “blindagem”. Nese sentido a EDQ2 de férmions sem massa apresentaria ‘blindagem”, enquanto que a versão com férmions massivos, apresentaria “confinamento”, estritamente falando).

Mais tarde, ao longo da década de 70, Swieca , juntamente com Belvedere, Rothe e Schroer, analisaram versões não -abelianas do modelo de Schwinger, levando a análise das semelhanças com a QCD a um nível de grande detalhe [9].

## 3.2) Matrizes-S Exatas: O Programa “Bootstrap”

Um outro ramo importante da obra de Swieca na área de “laboratórios teóricos” foi a obtenção , em colaboração com Köberle e Kurak, de matrizes-S exatas de modelos de TQC bidimensionais [10], concretizando assim o programa “bootstrap”, que havia sido proposto nos anos 60 como uma alternativa à TQC para a descrição das interações fortes. Foi uma bela contribuição , que preencheu uma lacuna da física teórica.

A teoria de perturbação na Eletrodinâmica Quântica, desenvolvida por Feynman, Schwinger, Dyson e outros havia tido um sucesso estrondoso na década de 50, levando suas previsões ao melhor acordo com a experiência jamais obtido por qualquer modelo teórico proposto pelo ser humano até hoje. A tentativa de utilizar o mesmo método de TQC para a descrição das interações fortes, entretanto, esbarrou na existência de uma constante de acoplamento grande, que inviabilizava o uso de teoria de perturbação . Pensou-se então em abandonar a TQC como método para encontrar a matriz-S de um sistema de partículas. A idéia subjacente era que seria possível a determinação direta da matriz-S, somente devido às restrições impostas pela simetria. Esse programa, conhecido como “bootstrap”, jamais foi concluído em quatro dimensões . Poucos anos depois, a descoberta do fenômeno da liberdade assintótica nos experimentos de espalhamento profundamente inelástico no SLAC e a sua subseqüente descrição teórica por Gross, Wilczek e Politzer usando a QCD, resgataram de forma brilhante e dramática o uso da teoria de perturbação no contexto das interações fortes.

# 4) Minha Experiência Profissional com Swieca

## 4.1) Carga Topológica Fracionária?

Logo ao começar o mestrado em 1976 Swieca me deu para ler o primeiro artigo (de minha vida!): a letter de duas (!) páginas de Belavin, Polyakov, Schwartz e Tyupkin [12], contendo a famosa solução para a teoria de Yang-Mills euclidiana, com carga topoógica igual a um, que ficou conhecida como "instanton". Foi difícil digerir, mas valeu a pena...

Swieca estava em sintonia com o que se fazia de mais avançado na área naquele momento. Havia, em particular, o interesse de saber se o confinamento em QCD poderia ser descrito por uma expansão semiclássica em torno de configurações tipo-instanton com carga topológica fracionária. Para isto tais configurações deveriam ter ação euclidiana finita. Este foi exatamente o tema de pesquisa proposto por Swieca para o meu mestrado: encontre configurações do campo tipo-instanton com ação finita e carga topológica fracionária ou prove que elas não existem.

Após inúmeras tentativas infrutíferas de obtenção da tal configuração com ação finita e quando a tese já se encaminhava para uma descrição geral das mesmas, surgiu a idéia de usar um ansatz geral para uma configuração com carga topológica fracionária. Inserindo tal ansatz na ação , obtive relações gerais entre os diferentes termos da mesma, que indicavam que se um termo fosse finito, outro necessariamente divergiria. Imediatamente liguei para Swieca, que se encontrava em casa, convalescendo de uma cirurgia: "hum...hum,... hum hum... usando a desigualdade de Schwartz..." Era o elo que faltava! Demonstramos um teorema geral provando que uma carga topológica fracionária leva necessariamente a uma ação infinita [13]. Foi o meu primeiro trabalho com Swieca.

## 4.2) Anyons: Cargas $\times$ Fluxos Magnéticos

Na época em que comecei o doutorado, Swieca, juntamente com Köberle e Kurak haviam recentemente obtido a matriz S exata para certos modelos com simetria Z(N) que exibiam em seu espectro, excitações com estatística generalizada, isto é, nem fermiônicas nem bosônicas [10]. Em outro contexto, em colaboração com Schroer, Swieca havia estudado a estatística generalizada de excitações quânticas [11].

Surgia imediatamente o interesse em estudar as propriedades de uma TQC em que os campos básicos possuíssem estatística generalizada. Em uma formulação para férmions via integração funcional usavam-se variáveis de Grassmann. Como poder-se-ia formular a quantização de campos com estatística generalizada através da integração funcional? Este foi o tema proposto or Swieca para o meu doutorado.

Swieca mais uma vez mostrou a profunda sintonia que tinha com as mudanças de rumo na fronteira da física. Afinado com as últimas tendências de superposição entre a TQC e a Mecânica Estatística (ME), recomendou-me que estudasse um trabalho clássico de Kadanoff e Ceva, onde esses autores introduzem um método para o cálculo de funções de correlação de variáveis de desordem em modelos de ME, relacionadas aos parâmetros de ordem por uma relação de dualidade [14].

Generalizando os métodos de Kadanoff e Ceva para teorias de campo no contínuo, obtive uma formulação via integração funcional que era válida tanto para férmions como para partículas com uma estatística generalizada qualquer [15]. Nesta formulação , as partículas com estatística generalizada podiam ser interpretadas como estados ligados de cargas e fluxos magnéticos de valor arbitrário em duas dimensões espaciais [15]. Este fato foi redescoberto mais tarde por Wilczek [16] em um contexto mais geral e as partículas com estatística generalizada passaram a ser chamadas de "anyons". Este tipo de excitações tem, desde então desempenhado um papel central dentro da física teórica, em particular nas aplicações da TQC à Física da Matéria Condensada. No efeito Hall quântico fracionário, em particular, a solução proposta por Laughlin [17] previa a existência de excitações tipo anyon com carga fracionária. Tais excitações foram observadas experimentalmente no final dos anos 90 [18]. Logo após o prêmio Nobel foi conferido a Laughlin. Muito recentemenete, os anyons têm desempenhado também um papel importante no contexto da computação quântica.

Swieca evidenciou aqui uma outra qualidade que o caracterizava: o apurado instinto para perceber o potencial que um determinado tema de pesquisa tem para desempenhar um papel importante na física.

## 4.3) A Quantização de Excitações Topológicas

Logo após terminar meu doutorado em agosto de 1980, comecei, por sugestão de Swieca, a estudar o problema da quantização das excitações topológicas (sólitons) de uma TQC. A dificuldade do problema consistia no fato de que os operadores associados a tais excitações não aparecem na lagrangeana. Como conseqüência de meu trabalho de doutorado, entretanto, seguia-se que o operador de criação de sólitons deveria comportar-se como uma variável de desordem [20], satisfazendo uma álgebra dual com a variável de ordem, em geral o próprio campo básico da teoria. Exceto em alguns poucos casos, o único método de quantização de sólitons conhecido então era o método semi-clássico, baseado em uma expansão em torno da solução clássica das equações de campo.

Mais uma vez, generalizando então métodos da ME, obtivemos, através da formulação via integrais funcionais de Feynman, uma expressão para as funções de correlação de excitações topológicas, que era carcaterizada pelo acoplamento do campo fundamental da teoria com um determinado campo "eletromagnético" externo peculiar, concentrado em uma curva arbitrária no espaço bidimensional [19]. A localidade das funções de correlação de sólitons era então garantida pela invariância frente a um conjunto restrito de transformações de gauge que deslocava de forma arbitrária a curva mencionada acima [19]. O resultado era atraente do ponto de vista computacional já que o cálculo de funções de correlação de sólitons reduzia-se ao cálculo do funcional do vácuo da teoria em presença do referido campo externo, um procedimento padrão em TQC.

Desde 1979, Swieca havia se transferido para São Carlos. No segundo semestre de 1980, tendo ido ao Rio de Janeiro, encontrou com Bert Schroer e comentou sobre o nosso resultado. Este sugeriu, então acoplar o "campo externo" a um sistema fermiônico, estendendo assim o método para excitações topológicas em tais teorias. Este foi o último trabalho de Swieca. Bert e eu publicamos o trabalho já após a sua morte [19].

Este método de quantização de excitações topológicas produziu muitos frutos ao ser generalizado para a quantização de excitações tais como vórtices e monopolos magnéticos de diversos sistemas em duas, três e quatro dimensões , tanto abelianos como não -abelianos [20]. Nosso método, em particular, foi utilizado amplamente em QCD, no estudo de variáveis desordem associadas ao confinamento [21].

# 5) Conclusão

Durante os anos de convivência com Swieca pude apreciar as virtudes que fizeram dele uma figura ímpar na física brasileira. Ele possuía a rara qualidade de poder combinar uma abordagem matematicamente rigorosa à TQC com uma visão profundamente física da mesma. Como um malabarista da física ele saltava por entre os rigores da formulação axiomática da teoria para fornecer em instantes um cenário surpreendentemente claro e inteligível para alguém não versado naquelas artes. Inúmeras vezes entrava em sua sala confuso e saía , em pouco tempo, com uma visão clara e sobretudo física do problema. A sua dedicação à física era impressionante. Às vezes parecia não haver para ele outro mundo senão aquele desta ciência!

Guardo excelentes recordações do tempo em que morávamos em São Carlos e frequentemente aos sábados à noite íamos, juntamente com Roland Köberle comer churrasco. Nessas ocasiões , com a condescendência de nossas esposas, o tema da conversa era invariavelmente o mesmo: física! Foi muito o que aprendi naquelas ocasiões , muitas vezes em guardanapos de papel...

A morte prematura de Swieca foi uma enorme perda para a física brasileira mas a grandeza de sua obra é uma fonte permanente de inspiração para as gerações que o sucederam.

# References


[1] P.W.Anderson, *Phys. Rev.* **130** (1963) 439;

[2] P.Higgs, *Phys. Rev.* **145** (1966) 1156;

[3] J.Goldstone. A.Salam and S.Weinberg, *Phys. Rev.* **127** (1962) 965;

[4] D.Kastler, D.W.Robinson and J.A.Swieca, *Comm. Math. Phys.* **2** (1966) 108

[5] J.A.Swieca, *Phys. Rev.* **D13** (1976) 312

[6] J.A.Swieca and A.H.Völkel, *Comm. Math. Phys.* **29** (1973) 319; B.Schroer and J.A.Swieca, *Phys. Rev.* **D10** (1974) 480; B.Schroer, J.A.Swieca and A.H.Völkel, *Phys. Rev.* **D11** (1975) 1509

[7] A.Belavin, A.Polyakov and A.B.Zamolodchikov, *Nucl. Phys.***B241**(1984) 333

[8] J.Lowenstein and J.A.Swieca, *Ann. of Phys.* **68** (1971) 172;

[9] L.V.Belvedere, K.D.Rothe, B.Schroer and J.A.Swieca, *Nucl. Phys.***B153**(1979) 112

[10] R.Köberle and J.A.Swieca, *Phys. Lett.* **B86** (1979) 209; R.Köberle, V.Kurak and J.A.Swieca, *Phys. Rev.* **D20** (1979) 897

[11] B.Schroer and J.A.Swieca, *Nucl. Phys.* **B121** (1977) 505

[12] A.Belavin, A.Polyakov, A.Schwartz and Y.Tyupkin, *Phys. Lett. B59* (1975) 85

[13] E.C.Marino and J.A.Swieca, *Nucl. Phys.***B141** (1978) 135

[14] L.P.Kadanoff and H.Ceva, *Phys. Rev.***B3** (1971) 3918

[15] E.C.Marino and J.A.Swieca, *Nucl. Phys.* **B170** [FS1] (1980) 175

[16] F.Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **49** (1982) 957

[17] R.B.Laughlin, *Phys. Rev. Lett.* **50** (1983) 1395; *Phys. Rev.* **B23** (1981) 5632

[18] R. de Picciotto et al. *Nature* **389** (1997) 162

[19] E.C.Marino, B.Schroer and J.A.Swieca, *Nucl. Phys.* **B200**[FS4] (1982) 473

[20] E.C.Marino, *"Dual Quantization of Solitons"*, in Proceedings of the NATO Advanced Summer School on Applications of Field Theory Methods in Condensed Matter, D.Baeriswyl, A.Bishop and J.Carmelo, eds. Plenum, NY (1990)

[21] D'Elia et al. , *Phys. Rev.* **D74** (2006) 114510; L. del Debbio, A. di Giacomo and B.Lucini, *Nucl. Phys.* **B594** (2001) 287; J.Carmona, A. di Giacomo and B.Lucini, *Phys. Lett.* **B485** (2000) 126; A. di Giacomo et al., *Phys. Rev.* **D61** (2000) 034503